

## 第五讲 暗能量和德西特时空<sup>\*</sup>

蔡荣根<sup>†</sup>

(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

**摘要** 最近的天文观测表明,宇宙是在加速膨胀,而不是原来认为的减速膨胀.为解释加速膨胀,必须在宇宙的物质能量中引入暗能量这一成分.文章讨论了暗能量的可能侯选者,特别强调了宇宙常数问题、德西特时空问题以及和德西特时空相关的一些基本问题.

**关键词** 暗能量,宇宙常数,德西特时空

### Dark energy and de Sitter space

CAI Rong-Gen<sup>†</sup>

( Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** Recent astronomical observations indicate that expansion of our universe is speeding up, rather than slowing down. To explain this accelerated expansion, the energy density of the universe has to include a dark energy component. In this article we discuss possible candidates for the dark energy. In particular, we emphasize the cosmological constant, cosmological constant problem, de Sitter space and various related fundamental problems.

**Keywords** dark energy, cosmological constant, de Sitter space

#### 1 暗能量是什么?

2003年底,美国 Science 杂志公布了 2003 年十大科技突破的评选结果,暗能量的发现被列为十大科技突破之首.什么是暗能量?它是 80 多年前爱因斯坦引入的宇宙学常数吗?它与宇宙的命运有什么样的关系?

1998 年,美国的两个研究小组,超新星宇宙学项目组 (supernova cosmology project)<sup>[1]</sup>和超新星搜寻组 (supernova search team)<sup>[2]</sup>都发现,在遥远的 (红移  $z$  在 0—1 之间) 被作为标准烛光的一类超新星 (这类超新星被称为 Ia 型超新星) 的亮度比期待的要暗.这一结果意味着这些超新星离我们的距离比大爆炸宇宙模型所预言的距离要远.换句话说,我们的宇宙现在并不处在在大爆炸宇宙模型所预言的减

速膨胀之中,而是在加速膨胀之中.在爱因斯坦的广义相对论里,为解释宇宙的加速膨胀,在宇宙的能量成分中人们不得不引入一个奇异的分量.说它奇异是因为这一能量成分有较大的负压强.我们可用物态方程来描述它,即  $p = w$ , 这里  $p$  是压强,是能量密度,  $w$  是物态参数.为了驱动宇宙的加速膨胀,在描述这一奇异能量的物态方程中,物态参数  $w$  必须小于  $-1/3$ . 作为对比,普通的非相对论物质 (如尘埃) 有可忽略的压强,即  $w = 0$ ; 相对论物质 (如辐射) 有  $w = 1/3$ . 为解释宇宙的加速膨胀而引入的这一奇异能量成分被称为暗能量.因此, 1998 年这

\* 中国科学院“百人计划”国家自然科学基金杰出青年基金 (批准号: 10325525)、国家自然科学基金 (批准号: 90403029)、国家重点基础研究发展计划 (批准号: TG1999075401) 资助项目  
2005 - 02 - 17 收到

† Email: cairg@itp.ac.cn

两个超新星研究小组观测的结果是暗能量存在的首个证据。之后,大量的天文观测,如超新星、大尺度结构和宇宙的微波背景辐射,特别是2003年初公布的威尔津森微波背景辐射各向异性探测器(WMAP)观测结果,支持我们的宇宙中确实存在暗能量<sup>[3]</sup>。那么暗能量是什么?有什么性质?对宇宙命运有什么样的影响?从基本理论出发对暗能量问题给出合理解释是目前对理论物理学家和宇宙学家提出的重大挑战之一。

近几年的基于地面的、气球的和卫星的各种各样的天文观测表明,我们的宇宙是空间平坦的;在极早期(宇宙诞生的 $10^{-32}$ s左右)经历过极短时期的加速膨胀[在科学文献中通常称为暴胀时期<sup>[4]</sup>(Guth, 1981)];宇宙能量中的大约73%为暗能量,22%为暗物质,5%为由重子组成的普通物质,以及可忽略的微波背景辐射。这里暗物质的物态参数 $w = 0$ ,与普通物质一样,它是能够成团的,而暗能量是均匀分布在宇宙中的。这些观测事实给人们提出了严峻的挑战:我们目前不仅不知道暗能量是什么,我们也不知道暗物质是什么,有什么性质。理论家预言大多数暗物质是由最轻的超对称伴子组成的,现世界上有一些实验组正在搜寻暗物质粒子,但还没有被确认的结果。此外,尽管暴胀模型被大量的观测事实所证实,但非常令人气馁的是经过二十多年的努力,人们仍然无法从一些基本理论如粒子物理的标准模型、超弦理论或超引力理论等构造出一个成功的暴胀模型。当然,近几年,由于非微扰弦理论和膜世界绘景的发展,在超弦理论中构造暴胀模型有了一些新的进展<sup>[5]</sup>。

对于暗能量问题,最新的实验数据表明,暗能量的物态参数在下面这个范围<sup>[6]</sup>:  $-1.46 < w < -0.78$ 。经过理论家这些年的研究,经分类,目前暗能量的可能候选者有以下几种可能:(1)一个微小的正宇宙常数;(2)精质(英文文献中常称为quintessence,它事实上是一个缓慢变化的标量场);(3)k-essence(一种非正则标量场);(4)(推广的)Chaplygin气体(它的状态方程为 $p = -A/\rho$ ,这里 $A$ 为一任意常数,为满足 $0 < \rho < 1$ 的一常数);(5)梦幻物质(phantom matter,它的状态参数 $w < -1$ );(6)膜世界绘景(在这个图像里,我们的宇宙是一嵌入在一高维时空中的膜);(7)在宇宙尺度上修改广义相对论(这是允许的,因为人们现在只在太阳系尺度上精确检验了广义相对论的正确性),以及他们的变种和组合。暗能量到底是什么,这有赖于更多、

更精确的实验和观测数据和进一步的理论发展。尽管有了许多暗能量模型,但可与观测数据符合最好的仍然是最简单的暗能量模型——一个微小的正宇宙学常数模型。当然宇宙常数模型必须要回答以下两个问题:(1)宇宙常数为什么不是有效局域量子场论所预言的那么大?[量子场论预言宇宙常数应该有普朗克能标的大小 $\sim (10^{19} \text{ GeV})^4$ ,即使在较高能标下确实有超对称(一种玻色子和费米子之间的对称性),超对称理论预言宇宙常数应该至少有 $(1 \text{ TeV})^4$ 量级];(2)为什么宇宙常数如此之小[ $\sim (10^{-3} \text{ eV})^4$ ]?它需要一个精确的微调才能使得现在的普通物质能量密度与宇宙常数具有一个相同的量级。

在这篇文章里,我们将讨论如果暗能量是一个宇宙常数,我们宇宙命运将怎样?与宇宙常数相关的一些基本问题是什么?

## 2 宇宙常数和宇宙常数问题

1905年,爱因斯坦发表了关于狭义相对论的论文。在狭义相对论中,有一类优越的参照系——惯性系,它的加速度为零。爱因斯坦不喜欢这一点,他认为所有的参照系应该是等价的。另一方面,在狭义相对论的框架内,无法将牛顿引力理论相对论化。经过整整十年的努力,在1915年,爱因斯坦终于建立了相对论性的引力理论——广义相对论。爱因斯坦得到了描述时空弯曲和其中物质关系的方程,即著名的爱因斯坦场方程:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1)$$

这里 $g_{\mu\nu}$ 是描述时空的度规, $R_{\mu\nu}$ 是里契(Ricci)张量, $R$ 是标量曲率, $G$ 是牛顿常数, $T_{\mu\nu}$ 是描述物质的能量-动量张量。让我们首先来欣赏一下这个漂亮的方程:在方程的左边, $R_{\mu\nu}$ , $R$ 和 $g_{\mu\nu}$ 这些量完全由时空几何决定,它们描写时空几何的性质;而方程的右边则描写物质的分布和它的动力学性质。从这一方程我们可以看到时空如何决定物质的分布,物质分布如何来弯曲时空几何。两年之后,爱因斯坦将广义相对论应用于宇宙学,试图构造一个宇宙模型。现在一般认为,爱因斯坦在1917年发表的关于基于广义相对论的宇宙学论文正是现代宇宙学的开篇。但是,由于当时宇宙学观测数据极少,像大多数人一样,爱因斯坦认为我们的宇宙是静态的,空间是闭合的。进一步,他假定在宇宙中物质分布是均匀的,各

向同性的。他惊奇地发现,根据(1)式,他不能构造这样一个宇宙学模型。理由是物质之间总是相互吸引的,所以不能得到一个静态模型。为了克服这一困难,爱因斯坦在(1)式的左边加了一项:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\Lambda = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (2)$$

这里  $\Lambda$  即为著名的爱因斯坦宇宙学常数,简称宇宙常数。非常有意思的是,要求爱因斯坦场方程满足一定的条件,如方程的协变性,物质的能量动量守恒,和方程的左边对度规的导数不超过两次,这宇宙常数项是唯一可以加的项。即(2)式的左边是满足这些要求的唯一组合。爱因斯坦认为普通物质弯曲时空,而这宇宙常数项去抵消物质之间的吸引力,使得宇宙保持静态。可是,在20世纪20年代末,哈勃(Hubble)发现许多河外星系都离我们远离而去,离我们越远的星系退行速度越大,这就是著名的哈勃定律。哈勃定律表明,我们的宇宙并不是静态的,而是在膨胀之中。事实上在哈勃定律发现之前,弗立德曼(Friedmann, 1922)和拉梅(Lemaitre, 1927)就已经发现在爱因斯坦场方程中有膨胀的宇宙学解。可是爱因斯坦反对这个动力学解描写一个膨胀的宇宙。膨胀宇宙的发现使得引入宇宙常数的理由似乎就不存在了。确实,在1923年给魏尔(Weyl)的一张明信片里爱因斯坦提到:“假如没有一个准静态的世界,就扔掉宇宙常数吧。”正是这点,爱因斯坦自己认为引入宇宙常数是他学术生涯的“最大错误”(biggest blunder)。事实上,这可能是一个传说,因为这一说法未见诸文献。这一传说可能来自于盖莫夫(Gamow)的文集:“当我与爱因斯坦讨论宇宙学问题时,他谈到引入宇宙常数是他一生中曾经犯过的最大错误。”(相关内容见文献[7])。

宇宙常数的历史是有趣的。在过去的八十多年期间,为了协调观测数据,宇宙常数曾经被宇宙学家借用、放弃、再借用很多次。例如,早年观测得到的哈勃参数比现在的值大得多,使得宇宙的年龄比一些恒星的年龄还小。为克服这一疑难,宇宙学家曾经引入宇宙常数来增加宇宙年龄。在实验家看来,为了解释观测到的数据,放弃或者引入宇宙常数都是允许的。可是,这样的事在理论家眼里是不舒服的。特别是随着量子理论的发展,对理论物理学家而言,宇宙常数成为了一个严肃的物理基本问题。

将方程(2)式中的宇宙常数项移到方程的右边,这一宇宙常数项相当于一能量密度  $\rho_{\Lambda} = \Lambda/8\pi G$ , 压强为  $p_{\Lambda} = -\Lambda/8\pi G$  的理想流体。另一方

面,在量子场论中的真空刚好有这样一个形式的能量-动量张量。在局域量子场论中,零点真空能是一依赖于上限截断(cutoff)的常数,在一常数对量子场论的其他计算没有任何影响时,人们能够简单地抛弃这一常数(不考虑它)。可是在广义相对论中,任何形式的能量都对弯曲时空有贡献。因此,在爱因斯坦场方程中必须包含这一真空能。这一事实在20世纪50年代被许多物理学家如泡利(Pauli), 格利内(Gliner), 拉梅(Lemaitre), 查德威奇(Zeldovich)等所意识到。

一般地,人们相信量子场论中的上限切断应该在普朗克能标  $\sim 10^{19}$  GeV。超过这一能标,平坦时空中的量子场论将不再适用,人们必须考虑量子引力的效应。这样,宇宙常数应该有数量级  $\sim (10^{19} \text{ GeV})^4$ 。如果存在超对称性,根据现有实验,超对称至少应该在 TeV 能标上发生破缺。这样,在超对称理论中,宇宙常数应该有大小  $\sim (1\text{TeV})^4$ 。所以,在1998年以前,人们试图回答的宇宙常数问题是为什么宇宙常数是零。这通常被称为老宇宙常数问题。人们想了许多的方法试图将宇宙常数调整为零。这些方法大致可以分为5类:(1)超对称理论;(2)人择原理;(3)调整机制;(4)修改引力理论;(5)量子宇宙学。这里我不作进一步详细介绍,有兴趣的读者可以进一步阅读温伯格(S. Weinberg)的综述文献[8]。1998年发现暗能量以后,宇宙常数问题变为:为什么宇宙常数不为零,并与现在的物质能量密度有相同的数量级?这通常被称为新宇宙常数问题。

### 3 宇宙学模型

广义相对论是引力的相对性理论,所以在弱引力场中,相对论效应是非常弱的,只有在强引力场中(如中子星、黑洞等致密星体附近)和大尺度上(如宇宙学尺度)相对论的效应才明显。所以爱因斯坦建立了引力场的相对论性动力学方程(即爱因斯坦场方程)后,就试图用它来研究宇宙学。现代宇宙学模型是建立在两个假定之上:一是我们宇宙的演化可以由爱因斯坦的广义相对论来描写;第二就是所谓的宇宙学原理。宇宙学原理是说我们的宇宙在大尺度[星系团尺度以上,即  $\sim 10^8$  光年( $\sim 10^{26}$  cm)],我们现在观测到的宇宙大小  $\sim 10^{28}$  cm]上是均匀的和各向同性的。根据这一原理,我们可以将描述宇宙时空的度规写为

$$ds^2 = - dt^2 + a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right), \quad (3)$$

这里  $t$  被称为宇宙时,  $a$  是宇宙的标度因子 (标度宇宙的大小).  $k$  是一常数, 它标度宇宙的空间曲率,  $k$  能被取为  $+1, -1$  和  $0$ . 当  $k=1$  时, 度规 (3) 式中的空间部分是一个三维球, 它的体积是有限的. 这时我们称这个宇宙是闭的 (closed). 当  $k=-1$  时, 度规 (3) 式中的空间部分是一个负常曲率的双曲空间, 它的体积是无穷大, 这时我们称这个宇宙是开的 (open). 当  $k=0$  时, (3) 式中的空间部分是一个三维欧几里德平坦空间, 当然, 它的体积也是无穷大, 这时我们称这个宇宙是平坦的 (flat). 对于开的和闭的宇宙, 通过适当的坐标周期恒等, 我们可以构造体积有限的、拓扑非平凡的开宇宙和平坦宇宙. 如对于平坦宇宙, 它的空间拓扑可以是一个环. 设想宇宙中的物质可以用均匀各向同性的理想流体来描述, 它的能量-动量张量是  $T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, p, p, p)$ . 根据爱因斯坦场方程 (1) 式, 我们有

$$H^2 = \frac{8G}{3} \rho - \frac{k}{a^2}, \quad (4)$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{4G}{3} (\rho + 3p). \quad (5)$$

这里  $H = \dot{a}/a$  被称为哈勃参数 (有时也叫哈勃常数), 字母上的点表示对宇宙时的导数. 描述流体动力学的方程是

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (6)$$

这一方程可以由理想流体的能量-动量守恒得到. 注意到 (4), (5) 和 (6) 式并不是独立的, 其中只有两个方程是独立的. 换句话说, 有了 (4), (5) 和 (6) 式, 我们还不能确定宇宙的演化. 为得到方程的解, 我们还必须提供物质能量密度和压强的关系, 即物态方程  $p = p(\rho)$ . 为简单起见, 考虑物态方程  $p = w\rho$ , 并假定  $w$  是一常数. 在 20 世纪 50 年代, 由盖莫夫提出来的热大爆炸模型中, 两类物态方程起了关键性的作用. 在宇宙演化的极早期, 宇宙的温度非常高, 所有粒子的质量相对于这一温度能标而言是可以忽略不计的, 即它的能量主要来自于它的动能. 这样的物质通常称之为极端相对论性气体, 它的物态参数  $w = 1/3$ . 这时的宇宙被称为辐射为主时期的宇宙. 随着宇宙的膨胀, 它的温度下降了, 重子物质成团而形成星、星系和星系团等宇宙结构, 而中微子、光子等相对论性粒子与这些重子物质很快就不发生相互作用. 这时宇宙中重子物质占主导地位. 这些星系和星

系团在宇宙的尺度上可以被看成没有相互作用的尘埃, 所以它们之间的压强可忽略不计. 这时的物态参数  $w = 0$ . 这时的宇宙被称为物质为主时期宇宙. 当  $w$  为常数时, 由 (6) 式, 我们能够得到物质能量密度和宇宙标度因子之间的关系:

$$\rho = \rho_0 / a^{3(1+w)}, \quad (7)$$

这里  $\rho_0$  为一积分常数. 进一步, 从弗立德曼方程 (4) 式, 对于  $k=0$  的平坦宇宙模型, 我们可以得到宇宙标度因子和时间的演化关系:

$$a = a_0 t^{2/3(1+w)}, \quad (8)$$

对开和闭的宇宙模型, 我们从 (4) 式中也能得到类似的解. 图 1 显示了热大爆炸模型中宇宙标度因子随时间演化的关系. 从图中可以看出, 宇宙的演化与空间曲率参数  $k$  有着紧密的联系. 对于闭的宇宙, 宇宙诞生 (big bang) 以后, 经过一段时间, 标度因子达到它的最大值, 相应于宇宙膨胀到它的最大值. 之后宇宙开始收 (塌) 缩, 最后挤压到一点 [这称为大挤压 (big crunch)]. 因此, 对闭的宇宙, 它的寿命是有限的. 对于平坦的和开的宇宙模型, 宇宙诞生之后, 它们会一直膨胀下去. 但是开的模型比平坦的模型有较快的膨胀速度. 不论宇宙是闭的、平坦的, 还是开的, 从 (5) 式可见, 在辐射为主时期和物质为主时期, 它们的加速度 ( $\ddot{a}$ ) 总是负的, 因此宇宙处于减速膨胀之中, 即他们的膨胀速度会越来越慢.

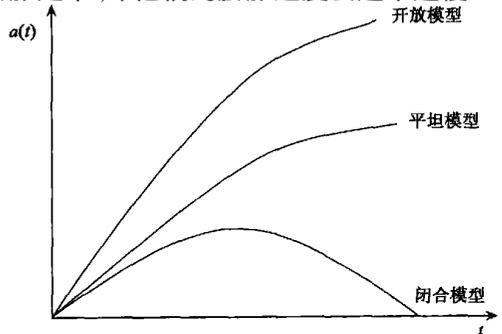


图 1 大爆炸宇宙模型中标度因子随时间的演化关系

如果爱因斯坦场方程中有一正的宇宙常数, 宇宙的演化将发生根本性的变化. 宇宙常数项相当于一物质有能量-动量张量  $T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} / 8G$ , 它的物态参数  $w = -1$ . 在宇宙的膨胀过程中, 普通尘埃物质和辐射的能量密度以 (7) 式的形式随时间减小, 但宇宙常数提供的能量密度是一常数, 保持不变. 这样对开的和闭的宇宙模型, 像在热大爆炸模型中一样, 宇宙将一直膨胀下去. 但是, 宇宙常数将变得越来越重要, 最后宇宙常数在宇宙能量密度中将占主

导地位. 这时我们从 (5) 式可见, 宇宙的加速度是正的, 这暗指宇宙将加速膨胀, 而不是在大爆炸模型中的减速膨胀. 我们的宇宙将变得越来越暗, 温度越来越低, 所有的星系将加速离我们而去, 最后除了我们自己, 我们将什么也看不到.

当宇宙是闭合的时, 宇宙演化有许多可能性. 为了看清楚不同的情形, 我们可以重写弗立德曼方程, 这时 (4) 式就成如下形式:

$$\frac{1}{2}\dot{a}^2 + V(a) = E, \quad (9)$$

这里

$$V(a) = -\left(\frac{4G}{3}a^2 + \frac{a^2}{6}\right), E = -\frac{k}{2}. \quad (10)$$

这个弗立德曼方程像一个带总能量为  $E$  的单位质量的粒子在有效势  $V$  中的运动方程. 对闭的宇宙模型 ( $k=1$ ), 这个粒子的总能量是负的. 这个有效势的形式见图 2

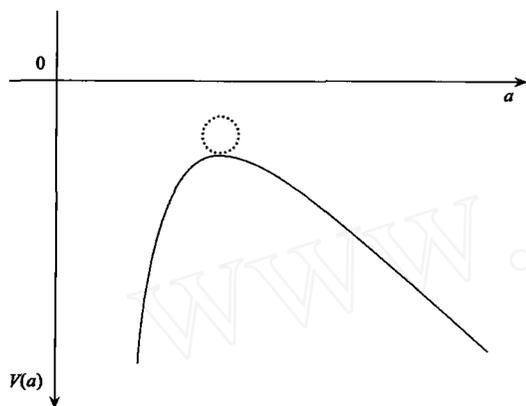


图 2 宇宙演化作为粒子在一维有效势中运动

根据不同的初值条件, 宇宙的演化主要有以下几种情况 (见图 3):

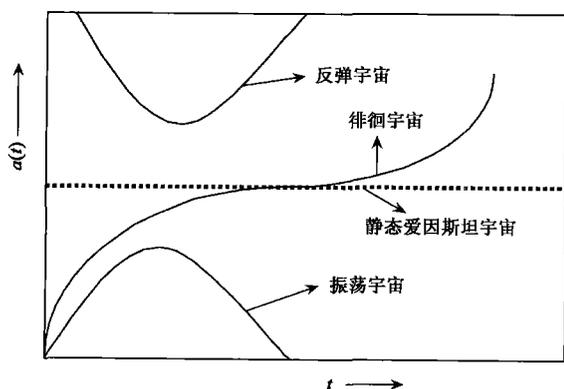


图 3 带宇宙常数闭宇宙模型的不同演化行为

(1) 振荡宇宙 (oscillating universe) 模型. 设想粒子一开始是从  $a=0$  从左向右运动 (相应于宇宙的大爆炸), 但没有足够的能量爬过这个势垒. 这时, 粒子达到一个最大的  $a$  后, 又返回到原点. 这个情况相应于宇宙大爆炸后, 膨胀到它的最大值之后又塌缩到奇异点 (big crunch). 这个情况与没有宇宙常数时的情形是一样的.

(2) 反弹宇宙 (bouncing universe) 模型. 假如粒子开始是从  $a=$  从右向左运动的, 但它也没有足够的能量爬过这个势垒. 这时宇宙首先从无穷大开始收缩, 达到它的最小值后, 又开始膨胀到无穷大.

(3) 静态爱因斯坦宇宙 (static Einstein universe) 模型. 假如一开始粒子被放在这个势垒的顶点, 并且没有初始动能. 这时从弗立德曼方程可知, 对于一个以尘埃物质为主的宇宙, 这个宇宙常数必须满足如下关系:  $\Lambda_{\text{crit}} = 4Gm = 1/a_0^2$ , 这里  $a_0$  是宇宙的半径. 这一模型正是爱因斯坦当年所构造的静态宇宙模型. 在这一模型中, 宇宙的体积和总质量是有限的. 当总质量趋于零时, 宇宙的半径也趋于零. 这表明, 没有物质的时空是不存在的, 这个模型非常漂亮地满足马赫原理. 不幸的是, 从势能图 2 可知, 这样一个宇宙模型是不稳定的.

(4) 徘徊宇宙 (bitering universe) 模型. 在势能顶点上的粒子是不稳定的, 一个微小的扰动将使得它向左滚动到原点或者向右滚动到无穷远. 假如调整宇宙常数使得它稍微比静态爱因斯坦宇宙模型中的值大一点. 这样, 宇宙诞生之后, 会趋于静态爱因斯坦宇宙模型, 并在那儿“停留”一会儿 (停留的时间长短依赖于模型参数), 然后再进一步膨胀. 这一宇宙模型是由爱丁顿 (Eddington) 和拉梅提出来的. 在这样的宇宙模型中, 微扰密度是以指数形式增长的, 而不是在没有宇宙常数时的幂次形式; 由于宇宙在膨胀过程中曾经在静态爱因斯坦宇宙相“停留”了一段时间, 所以徘徊宇宙模型比直接膨胀的宇宙模型有较大的年龄.

(5) 单调宇宙 (monotonic universe) 模型. 如果粒子有足够的能量去爬过势能顶点, 那么这粒子就能从  $a=0$  一直运动到  $a=$ . 在这种情况下, 宇宙的标度因子能有一反射点, 在那儿,  $\dot{a} \approx 0$ ,  $\ddot{a} > 0$ . 通过调节初值条件, 可以使得粒子在势垒顶点停留足够长的时间. 这时, 这一宇宙模型变成徘徊模型.

## 4 德西特 (de Sitter) 时空

前面提到,爱因斯坦引入宇宙常数是为了构造一个闭的静态宇宙模型.确实,对静态爱因斯坦宇宙,它的体积和质量是有限的.当质量趋于零时,宇宙的半径也趋于零:没有物质的空间不存在,时空弯曲是由于物质的存在.这非常好地反映了马赫的思想:任何物体的惯性是由无穷远处的其他物体造成的.可是,在爱因斯坦发表宇宙学论文的同一年,即1917年,荷兰天体物理学家威廉·德西特(W. de Sitter, 1872—1934,见图4),发现了包含宇宙常数但没有物质的爱因斯坦场方程的精确解<sup>[9]</sup>.这个解描写一个动力学的弯曲时空.这粉碎了爱因斯坦在他的场方程中结合马赫原理的梦想:因为爱因斯坦当初引入宇宙常数项时,把这一项作为几何项,放在了方程的左边.这样德西特发现的解就表明没有物质时空也可以弯曲.当然这一问题现在已不存在,因为人们已经意识到宇宙常数是真空能的贡献,真空能也是物质能量的一种形式.所以说将宇宙常数项放在爱因斯坦场方程的左边还是右边,它的物理意义是完全不一样的:在方程左边,它作为一几何项;在方程右边,它是物质能量的一部分.

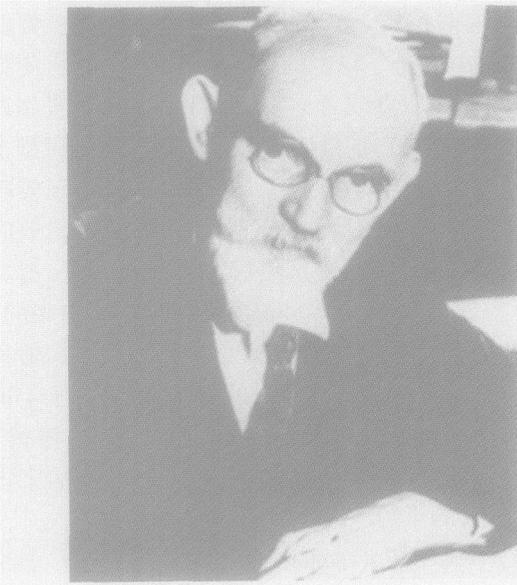


图4 威廉·德西特(1872—1934)

现在人们通常称德西特当年发现的解称为德西特解或德西特时空.研究德西特时空曾经是20世纪70年代弯曲时空场论的一个重要课题,最近这些年德西特时空物理又引起了人们极大的兴趣.因为我

们知道在宇宙早期的暴胀时期,我们的宇宙就是一个准德西特时空;如果暗能量正是一宇宙常数的话,从前面的分析可知,我们的宇宙将演化到一个新的德西特相中.为了构造出宇宙演化的整个历史,我们必须将德西特时空经典的和量子的性质研究清楚.

德西特时空是三类最大对称常数曲率时空之一,另两类就是平坦的闵可夫斯基时空和反德西特时空,他们都是包含宇宙常数的真空爱因斯坦场方程(没有其他物质)的解.德西特时空有正的常数曲率(相应于正的宇宙常数);闵可夫斯基时空的曲率为零(相应于宇宙常数为零);反德西特时空有负的常数曲率(相应于宇宙常数是负的).

德西特时空的定义有好几种,标准的定义是:一个四维的德西特时空是一个五维闵可夫斯基时空中的最大对称正常数曲率超曲面.设 $X_0$ 为时间坐标, $X_1, X_2, X_3$ 和 $X_4$ 为五维闵可夫斯基时空中的四个欧几里德坐标.假如它们满足

$$-X_0^2 + X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 = l^2, \quad (11)$$

这里 $l$ 是一常数(称为德西特时空的半径),那末,(11)式描写的超曲面就是一个四维德西特时空.图5显示了一个三维德西特时空.从(11)式可以看到,固定一时间 $X_0$ ,它的空间是一半径为 $\sqrt{l^2 + X_0^2}$ 的球面.所以德西特时空的整体拓扑是 $R \otimes S^3$ ,这里 $R$ 表示时间, $S^3$ 表示空间拓扑.选用合适的坐标去参数化这一超曲面,就能得到描写德西特时空的度规.如在常用的所谓整体坐标里,德西特时空的度规形式为

$$ds^2 = -dt^2 + l^2 \cosh^2(t/l) (d^2 + \sin^2 d^2 + \sin^2 \sin^2 d\phi^2), \quad (12)$$

这里 $t$ 是宇宙时, $\theta, \phi$ 描写一个三维球面的坐标.从这度规可见,这三维球的半径从无穷大( $t = -\infty$ )开始收缩,当 $t=0$ 时达到它的最小值 $a=l$ ,然后膨胀到无穷大( $t = \infty$ ).从图5中可以明显地看到这一点.在研究暴胀模型时,人们经常用所谓的平坦空间坐标.对德西特时空,它的度规是

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2t/l} (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (13)$$

事实上,这一坐标不能覆盖整个德西特时空,相反,它仅仅覆盖了半个德西特时空.从度规(12)式和(13)式可以看到,德西特时空是以指数形式膨胀的,所以对于任何一个惯性观测者,他或她都不能看到整个德西特时空.他或她能看到区域的边界称为宇宙的事件视界(event horizon).图6表示整个德西特时空的因果结构图,图中的两条虚线表示宇宙的事件视界.从图中可以看到,不论是一个在北极的观

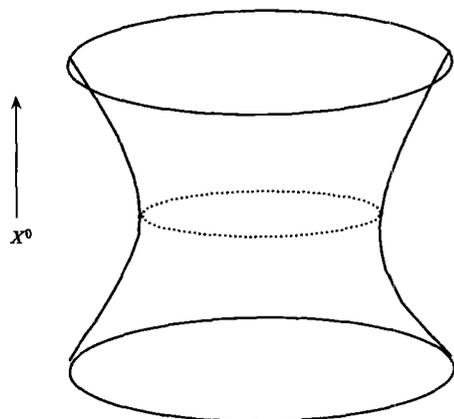


图 5 德西特时空

测者,还是一个南极的观测者,他或她只能看到整个德西特时空的四分之一.德西特时空的事件视界在用静态坐标表示的度规中是最容易看清楚:

$$ds^2 = - (1 - \frac{r^2}{l^2}) dt^2 + (1 - \frac{r^2}{l^2})^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (14)$$

在这个坐标中,事件视界在  $r=l$  这里我们应该提醒读者,在这三组坐标中,度规看起来非常不同,但是它们都是德西特时空,容易验证它们都是包含宇宙常数的真空爱因斯坦场方程的解.

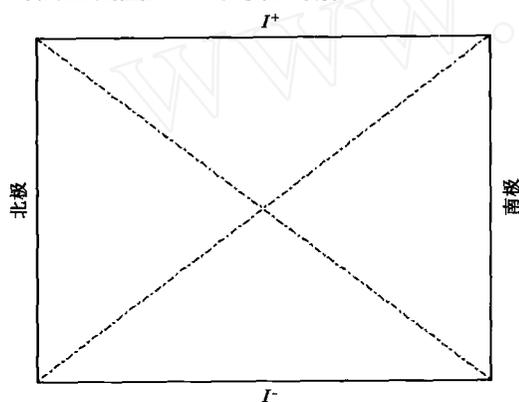


图 6 德西特时空的因果结构

## 5 德西特时空的迷雾

对于理论物理学家而言,研究德西特时空不仅仅具有理论本身的兴趣,而且具有现实的必要性.可是德西特时空非常不同于另外两类常曲率时空——平坦的闵可夫斯基时空和反德西特时空.尽管人们对德西特时空有了许多的研究,理解了它的许多经典的和量子的性质,但许多与德西特时空相关的迷惑仍然有待人们去思考和理解.下面我们将讨论几

个与之相关的重要问题.

### 5.1 宇宙常数问题

毫无疑问,与德西特时空相联系的最重要的问题之一是宇宙常数问题.现在观测到的宇宙常数是宇宙现在的临界密度具有相同数量级  $\sim (10^{-3} \text{ eV})^4$ ,宇宙常数占宇宙临界密度的 73% 左右.另一方面,局域量子场论预言真空零点能的期待值应该在普朗克能量级  $\sim (10^{19} \text{ GeV})^4$ ,所以现在观测到的宇宙常数远远小于量子场论期待值.如果宇宙的早期存在超对称性,根据现有的实验,超对称破缺的能标至少应该在  $\sim \text{TeV}$ ,这样,在超对称理论中,理论所预期的宇宙常数应该在  $(1 \text{ TeV})^4$  量级,这也比现在的观测值大  $10^{60}$  量级.在目前讨论比较多的自调 (self-tuning) 方法中,人们期待有一自调机制,通过这一机制,不论原来的宇宙常数是多少,宇宙常数都能被自动调节到零.而现在观测到的微小宇宙常数值是通过某一机制 (如简并真空涨落) 产生的.理解宇宙常数问题是理论物理学家现在面临的最最重要的问题之一.

### 5.2 宇宙视界的熵

德西特时空是一以指数膨胀的时空,任一惯性观测者都不能看到整个德西特时空.所看到的边界被称为宇宙的事件视界.早在 1977 年,英国理论物理学家杰彭斯 (Gibbons) 和 霍金 (Hawking) 就证明了宇宙的事件视界与黑洞的事件视界一样,具有热力学性质<sup>[10]</sup>.对于德西特时空,事件视界的半径为  $r=l$ ,这一视界像黑洞视界一样向外辐射热辐射,它的辐射温度是  $T=1/2l$  特别是这一宇宙视界也有相联系的热力学熵.这一熵像黑洞视界熵那样,也满足所谓的面积公式,  $S=A/4G$ , 这里  $A=4\pi l^2$  是视界的面积.尽管人们知道宇宙视界的热力学熵已将近三十年了,但是人们对于这一熵的物理意义,特别是它的微观自由度 (统计自由度) 知之甚少,甚至可以说毫无所知.理解德西特时空视界熵相联系的微观自由度也是关于德西特时空最重要的问题之一.

### 5.3 宇宙常数和超对称性

一般而言,对于一个局域量子场论,假如它的某个对称性在能标为  $M$  时被破坏了,它就会产生一个  $M^4$  量级的宇宙常数.在超对称理论中,假如超对称破缺的能标是  $M_{\text{SUSY}}$ ,宇宙常数的理论期待值应该有  $\sim (M_{\text{SUSY}})^4$ .可是,班克斯 (Banks)<sup>[11]</sup> 认为,正是因为宇宙常数的存在,才使得超对称性被破坏了.人们应该构造一个有限自由度的理论来描述我们的宇宙.因此,我们应该将宇宙常数作为某一理论的输入

量,而不是传统的作为可计算的输出量.这样,超对称破缺能标与宇宙常数的关系应该是  $M_{\text{SUSY}} (\sim M_p^4)^{1/4}$ .可是现在的实验数据给出  $M_{\text{SUSY}} \sim M_p (\sim M_p^4)$ ,这里  $M_p$  是普朗克能标,  $\alpha = 1/8$ .为什么这里的值不是一般理论所预言的  $1/4$ ,而是  $1/8$ .班克斯认为,这是由于量子引力效应的结果,在一个最基本的理论如  $M$  理论中,  $\alpha = 1/8$  应该是可以计算的.遗憾的是这样的基本理论现在还不存在.超对称破缺能标与宇宙常数是否真有这样的联系无疑是一有待进一步研究的课题.

#### 5.4 德西特时空在超弦理论中的实现

德西特和渐进德西特时空具有宇宙事件视界,事件视界有一有限的熵.熵在统计力学里是表示系统自由度的度量.这样,德西特和渐进德西特时空有一有限的熵,表明描述德西特和渐进德西特时空的理论的自由度是有限的.而我们知道,到目前为止,仍是量子引力最佳侯选者——超弦理论的自由度是无穷大.所以德西特和渐进德西特时空是与超弦理论不相容的.那末,在超弦理论中,人们是否能够实现德西特时空呢?最近的研究表明这是可以实现的.卡奇卢(Kachru)等<sup>[12]</sup>发现,在 B 类超弦理论中,在带 SN 和 RR 三形式场的、高度扭曲的(waped)背景中,加上一些反 D3 膜,就能将超对称的反德西特真空上抬变为一德西特时空.这一德西特时空是亚稳定的,它的寿命远大于现在的宇宙年龄.一方面,这亚稳定的德西特真空将最终要衰变为平坦时空或反德西特时空.另一方面,在超弦理论中,可以构造许许多多这样的亚稳定德西特真空,形成所谓的德西特风景(Landscape).为解释现在观测到的微小的宇宙常数,人们还不得不借用人择原理.

#### 5.5 德西特时空的真空

德西特时空是具有最大对称性的弯曲时空,像所有的弯曲时空一样,量子场论在德西特时空中的真空不是唯一的.一个在德西特时空量子场论的研究中经常用的真空叫戴维斯(Davies) - 巴赫(Bunch)真空.这一真空的特征是当某一量子模式的波长很短时,这一真空退化到平坦时空中的洛伦兹(Lorentz)真空.戴维斯 - 巴赫真空是零级绝热真空.根据德西特时空的对称性,也可以定义一组满足德西特群  $SO(1,4)$  不变的真空,这一组真空叫真真空,因为这一组真空中包含有  $\alpha$  这一参数.是否所有的真真空都是物理上合理的?最近的研究表明,这个问题的答案是否定的.根据什么物理原则来确定德西特时空的物理真空?这是一个目前还没有答

案的问题.另一方面,根据宇宙早期的暴胀模型,在暴胀期间宇宙处于局域(准)德西特时空中;现在我们观测到的宇宙大尺度结构是由在暴胀时期的量子涨落经由宇宙的膨胀而成的.这样,人们选择德西特时空不同的真空态,就有不同的微波背景涨落角功率谱,对大尺度结构的形成会有不同的影响.那末,自然是如何选择它的真空态的?这有待人们去进一步研究.

#### 5.6 德西特时空的全息原理

全息原理可能是自然的最基本原理之一.可惜关于它还没有标准的表述.它的意思是说某一包含引力的理论能与某一较低维度的不包含引力的理论等价(对偶)<sup>[13]</sup>.1997年,马达瑟纳(Maldacena)第一个在超弦理论中发现了实现引力全息原理的例子<sup>[14]</sup>:在反德西特时空(乘以一个紧致空间)中,超弦或超引力理论与反德西特时空边界上的某个共形场论等价(对偶).这就是这些年被广泛研究的 AdS/CFT 对偶性(AdS 表示反德西特时空, CFT 表示共形场论).在 2001 年,美国理论物理学家斯特罗明戈(Strominger)<sup>[15]</sup>指出,类似于 AdS/CFT 对偶性,对于德西特时空也有类似的对称性:在德西特时空上的量子引力理论与德西特时空边界上的共形场论对偶.不同于反德西特时空的边界,德西特时空的边界是一欧几里德空间[从度规(12)式中已明显地看到这一点:它的边界在  $t = \pm \infty$  处],所以在所谓的 dS/CFT 对偶性(dS 表示德西特时空)中,共形场论是一欧几里德共形场论.尽管有一些证据支持 dS/CFT 对偶性,但有一些物理学家反对 dS/CFT 对偶性,如 Susskind 等<sup>[16]</sup>,他们认为,德西特时空中宇宙视界(表示有限自由度)的存在使得不可能有 dS/CFT 对偶性.德西特时空肯定存在相应的全息性描述,但它是否就是 dS/CFT 对偶性显然还没有定论.

#### 5.7 宇宙常数和宇宙早期的暴胀模型

德西特时空存在宇宙视界,与此相联系有一正比于其视界面积的熵.根据全息原理,在一个渐进德西特的时空中,所有物质的熵应该小于这一视界熵.假如现在的暗能量就是一宇宙常数,那我们的宇宙最后将演化到一个德西特时空.班克斯(Banks)和菲雪勒(Wisshler)<sup>[17]</sup>认为,根据全息原理,这一微小的宇宙常数会对宇宙极早期发生的暴胀模型中的暴胀指数的上限给出一限制.非常巧合的是,给出的上限刚好比为解决标准大爆炸模型中的问题而引入的暴胀模型所需要的暴胀指数的下限大一些.但是,

娄威 (Lowe) 和 麦卢夫 (Marolf)<sup>[18]</sup> 提出了反对意见, 他们认为, 全息原理不能给出有意义的上限. 根据非对易时空中的量子场论, 大尺度物理会与与小尺度物理会发生相互影响. 从全息原理的角度, 现在的大宇宙与早期的小宇宙应该存在某些还没有被揭示的联系, 这些全息联系是什么? 现在的宇宙常数 (或者说现在的暗能量) 与早期的暴胀模型存在全息联系吗?

### 5.8 德西特时空的守恒量

在 (渐进) 德西特时空中并不存在空间无穷远和整体类时基林 (Killing) 矢量, 所以人们不能像在渐进平坦时空和渐进反德西特时空中一样去很好地定义相联系的守恒量. 目前人们经常用两种方法去计算渐进德西特时空的质量、角动量, 和电荷等守恒量. 第一种方法是将德西特时空作为背景, 阿伯特 (Abbott) 和 戴色 (Deser)<sup>[19]</sup> 发现在德西特时空中的涨落能构成一守恒流. 据此, 人们可以定义相应的守恒荷. 当时空趋于平坦时, 如此定义的守恒荷与在渐进平坦时空中定义的守恒荷一致. 但是这样的定义仅仅适用于德西特时空的宇宙视界内. 另一种方法是基于  $dS/CFT$  对偶性发展出来的边界抵消项方法<sup>[20]</sup>. 在这一方法中, 通过在作用量中加上一些与边界几何相关的项, 使得总作用量不再发散, 而是变得有限. 这样, 再用布朗 (Brown) - 约克 (York) “张量” 就可以获得渐进德西特时空的质量、角动量等. 通过表面抵消项定义的守恒量是相对于在宇宙视界外的观测者而言的. 根据这一方法, 人们发现一些渐进德西特时空的质量总是小于一个纯德西特时空 (即不包含任何物质) 的质量. 据此, 巴拉舒巴曼尼 (Balasubramanian) 等<sup>[20]</sup> 提出了一个所谓的质量限制猜测 (mass bound conjecture): 如果有一渐进德西特时空的质量超过纯德西特时空的质量, 它必包含有宇宙学奇异性. 在文献 [21] 中, 我们通过提出一些所谓的拓扑德西特解, 证实了这一猜测. 在渐进德西特时空中, 如何去非常好地定义它的守恒荷仍然是一个非常困难的问题. 是否存在其他方法去计算渐进德西特时空的守恒荷, 尚待进行研究.

### 5.9 德西特时空中黑洞视界和宇宙视界的量子场论描述

根据  $AdS/CFT$  对偶性, 给定边界上一共形场论, 就能将边界内部的反德西特时空构造出来. 在反德西特时空中的黑洞热力学对偶于边界上有限温度共形场论的热力学. 确实, 人们已经证明了反德西特时空中黑洞的熵可以用所谓的卡迪 (Cardy) - 威灵

德 (Verlinde) 公式来描述<sup>[22]</sup>. 这卡迪 - 威灵德公式是描述某一共形场论熵的公式. 最近, 我们证明了在德西特时空中, 黑洞视界的熵和宇宙视界的熵都可以用卡迪 - 威灵德公式来描述, 但它们的中心荷是不一样的<sup>[23]</sup>. 这一方面表明黑洞视界自由度和宇宙视界自由度都可以用某个量子场论来描述. 另一方面, 我们的研究结果揭示, 黑洞 - 德西特时空 [将黑洞嵌入到德西特时空中, 如施瓦兹 (Schwarzschild) - 德西特黑洞时空], 不能像渐进反德西特时空一样用一个共形场论来构造. 或许在黑洞视界和宇宙视界之间, 我们可以用一个量子场论的重整化群流动来描述, 两个视界是重整化群流动的两个端点. 当然, 这仅仅是一猜测, 这一课题有待进一步去研究.

### 5.10 黑洞 - 德西特时空的热力学

在黑洞 - 德西特时空中, 在适当的参数范围内, 这一时空不仅有黑洞视界, 而且有宇宙视界. 如施瓦兹 - 德西特时空, 当  $M < l\sqrt{2}$  时, 这里  $M$  是这一时空的 (Abbott - Deser) 质量,  $l$  是德西特时空的半径,  $1 - 2M/r - \dot{r}^2/l^2 = 0$  有两个实根, 较小的表示黑洞视界半径, 大的是宇宙视界半径. 当  $M = l\sqrt{2}$  时, 黑洞视界和宇宙视界就重合在一起, 这时的黑洞是在德西特时空中的最大黑洞, 超过这一质量, 度规就描述一裸奇异点时空. 一方面, 黑洞视界和宇宙视界都有热辐射, 它们有不同的温度, 所以施瓦兹 - 德西特黑洞时空一般是量子力学不稳定的. 另一方面, 即黑洞视界和宇宙视界的熵都满足面积公式, 对于黑洞 - 德西特时空, 人们期待着这一时空的热力学熵应该是  $S = A_{BH}/4G + A_{COH}/4G$ , 即黑洞视界熵和宇宙视界熵之和, 这里  $A_{BH}$  和  $A_{COH}$  分别是黑洞视界和宇宙视界的面积. 可是除了当黑洞视界和宇宙视界的温度相等时 (见文献 [24]), 人们仍然没有非常好的办法去证明黑洞 - 德西特时空的熵是黑洞视界和宇宙视界的熵之和. 如何去描述黑洞 - 德西特时空的热力学、统计力学更是有待人们去思考和研究的课题.

## 6 结束语

暗能量问题无疑是目前理论物理学家和宇宙学家面临的重大挑战之一. 对这一问题的解决可以预期将对物理学的基本理论的发展产生重大的影响, 一些新的概念、新的理论将随之诞生. 即使将来更精确的实验证明暗能量不是宇宙常数, 宇宙常数问题和相关的德西特时空中的经典和量子物理仍然是最重要的基本物理问题之一, 因为宇宙常数与描述自

然的最基本理论(如量子引力理论)的真空相关,而德西特时空与我们宇宙的演化紧密相连.对德西特时空的量子性质有一较深入的理解无疑对建立自洽的量子引力理论会带来极大的帮助.相对于渐进平坦时空和反德西特时空,我们对渐进德西特时空的理解还相当肤浅,可以预期在将来相当长的一段时间内,人们对德西特时空物理的研究将保持极大的兴趣.

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Perlmutter S *et al* *Astrophys J.*, 1999, 517: 565  
 [ 2 ] Riess A G *et al* *Astrophys J.*, 1998, 116: 1009  
 [ 3 ] Bennett C L *et al* *Astrophys J. Suppl.*, 2003, 148: 1  
 [ 4 ] Guth A. *Phys Rev. D.*, 1981, 23: 347  
 [ 5 ] Kachru S *et al* *JCAP*, 2003, 0310: 013  
 [ 6 ] Knop R A *et al* *Astrophys J.*, 2003, 598: 102; Riess A G *et al* *Astrophys J.*, 2004, 607: 665  
 [ 7 ] Padmanabhan T *Phys Rept.*, 2003, 380: 235  
 [ 8 ] Weinberg S *Rev Mod Phys.*, 1989, 61: 1  
 [ 9 ] de Sitter W. *Proc Acad Sci.*, 1917, 19: 1217; 20: 229  
 [ 10 ] Gibbons G W, Hawking S *Phys Rev D.*, 1977, 15: 2738  
 [ 11 ] Banks T. 2000, hep - th/0007146  
 [ 12 ] Kachru S *et al* *Phys Rev. D.*, 2003, 68: 046005  
 [ 13 ] 't Hooft G, 1993, gr - qc/9310026; Susskind L. *J. Math. Phys.*, 1995, 36: 6377  
 [ 14 ] Maldacena J. *Adv Theor Math Phys.*, 1998, 2: 231  
 [ 15 ] Strominger A. *JHEP*, 2001, 0110: 034  
 [ 16 ] Dyson L, Lindesay J, Susskind L. *JHEP*, 2002, 0208: 045  
 [ 17 ] Banks T, Fischler W. 2003, astro - ph/0307459; see also, Cai R G *JCAP*, 2004, 0402: 007; Wang B, Abdalla E *Phys Rev D.*, 2004, 69: 104014  
 [ 18 ] Lowe D A, Marolf D. *Phys Rev. D.*, 2004, 70: 026001  
 [ 19 ] Abbott L F, Deser S *Nucl Phys.*, 1982, B 195: 76  
 [ 20 ] Balasubramanian V, de Boer J, Mimic D, *Phys Rev. D.* 2002, 65: 123508  
 [ 21 ] Cai R G, Myung Y S, Zhang Y Z *Phys Rev. D.*, 2002, 65: 084019  
 [ 22 ] Cai R G *Phys Rev. D.*, 2001, 63: 124018; Verlinde E 2000, hep-th/0008140  
 [ 23 ] Cai R G *Phys Lett B.*, 2002, 525: 331; *Nucl Phys B.*, 2002, 628: 375  
 [ 24 ] Cai R G, Ji J Y, Soh K S *Class Quant Grav.*, 1998, 15: 2783

### ·物理新闻和动态·

## 用磁场捕获稀土原子

在玻色 - 爱因斯坦凝聚 (BEC)的实验中,为了将碱金属原子气冷却到极低温,需要对样品进行蒸发冷却.通常,蒸发冷却在磁捕获的环境下进行.最常见的捕获场由一对同轴( $z$ 轴)线圈提供,2个线圈分别通以反向电流.上述结构可产生一个四极非均匀磁场:在 $xy$ 平面内,磁场 $B$ 指向几何对称中心(即原点 $O$ ),在 $z$ 轴上, $B$ 的方向远离 $O$ 点;在原点附近, $B$ 在数值上满足 $B = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,即具有球对称分布.一个磁矩为 $\mu$ 的原子,在非均匀磁场中受力为

$$F = -(\mu \cdot \nabla B) = -\mu(\nabla \cdot B) \cos(\mu \cdot B).$$

由于磁场幅值 $B$ 的梯度方向总是远离原子 $O$ ,只有 $\mu$ 与 $B$ 大致反向的那些原子受到指向内部的力,并为非均匀场所捕获.

在热原子蒸气被实施“磁捕获 - 蒸发冷却”之前,必须将其预冷到 mK 温度.预冷的方法有两种:(1)激光冷却;(2)热交换气体冷却.例如,用稀释致冷机先将 $^3\text{He}$ 热交换气体冷却到 350mK,然后令样品热气体与 $^3\text{He}$ 气混合,利用两类气体之间的碰撞,使样品气体的热运动慢化,达到冷却目的.

已经实现 BEC 的碱金属原子,均属于 S 态原子,其内部轨道角动量为零.然而,与碱金属不同,大部分稀土原子是“非球对称”的原子,后者在碰撞慢化的过程中,一般会伴随发生磁矩 $\mu$ 进动方向的改变.这使得原先处于磁捕获有利状态( $\mu$ 和 $B$ 反平行取向)的稀土原子,由于碰撞弛豫而失去被捕获的机会.最近,哈佛大学的 Hancox C 等,以精巧的实验首次展示了对非 S 态稀土原子的磁捕获.结果表明,尽管这些稀土原子的 4f 电子壳层具有非零的内部轨道角动量,但它们在碰撞相互作用中的各向异性,受到了原子外层球对称的 6s 电子的屏蔽,从而基本上保持了 $\mu$ 取向在碰撞慢化过程中的守恒.专家预测,Hancox 等的成果将有助于发展基于磁性原子的量子计算机.

(戴闻 编译自 Nature, 2004, 431: 281)